

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Ομάδα 1

1) Διάλεξε έναν τετραψήφιο αριθμό χρησιμοποιώντας διαφορετικά ψηφία. Βρες όλους τους διαφορετικούς αριθμούς που προκύπτουν όταν εναλλάξεις τα ψηφία του αριθμού που διάλεξες και γράψε τους με όλους τους δυνατούς τρόπους.

Ποιος είναι ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος;

2) Ένας ανθοπώλης έχει 20 γαρδένιες, 24 γαρύφαλλα, 28 τριαντάφυλλα και θέλει να φτιάξει ομοιόμορφες ανθοδέσμες. Πόσες το πολύ τέτοιες ανθοδέσμες μπορεί να φτιάξει και πόσα λουλούδια από κάθε είδος θα περιέχει η κάθε ανθοδέσμη;

3) Να κυκλωθούν οι πρώτοι αριθμοί:

i) 2 ii) 13 iii) 27 iv) 51 v) 61 vi) 89 vii) 93 viii) 1001

4) Ο αριθμός 3456α διαιρείται και με το 4 και με το 29. Ποιο είναι το ψηφίο α;

ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΔΕΚΑΔΙΚΗ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ

1° Πρόβλημα: Σε ένα εργοστάσιο εργάζονται 150 άτομα. Τα $\frac{4}{10}$ των ατόμων είναι γυναίκες και οι υπόλοιποι άντρες.

α. πόσες είναι οι γυναίκες; β. Πόσοι είναι οι άντρες;

2° Πρόβλημα: Σε ένα εργοστάσιο εργάζονται 150 άτομα. Τα $\frac{3}{5}$ των ατόμων είναι γυναίκες και οι υπόλοιποι άντρες.

α. πόσες είναι οι γυναίκες; β. Πόσοι είναι οι άντρες;

3° Πρόβλημα: Ο πατέρας ξόδεψε τα $\frac{6}{10}$ της μπογιάς που είχε αγοράσει. Η μπογιά που ξόδεψε ήταν 30 λίτρα. Πόσα λίτρα ήταν όλη η μπογιά που είχε αγοράσει;

4° Πρόβλημα: Ο πατέρας ξόδεψε τα $\frac{2}{5}$ της μπογιάς που είχε αγοράσει. Η μπογιά που ξόδεψε ήταν 30 λίτρα. Πόσα λίτρα ήταν όλη η μπογιά που είχε αγοράσει;

Ομάδα 2

α) Το άθροισμα δύο αριθμών είναι $\frac{48}{15}$, ο ένας είναι $\frac{7}{3}$. Ποιος είναι ο άλλος;

β) Από ποιον αριθμό θα αφαιρέσω το $\frac{5}{12}$, για να βρώ $\frac{11}{6}$.

γ) Να γίνουν οι πράξεις:

$$\begin{array}{lll} \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \dots\dots & \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \dots\dots & \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \dots\dots \\ \frac{5}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} = \dots\dots & \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{4}{5} = \dots\dots & \frac{1}{3} : \frac{2}{5} = \dots\dots \end{array}$$

δ) Συμπληρώνω ό,τι λείπει, έτσι ώστε να ισχύουν οι ισότητες:

i) $\frac{4}{15} + \frac{\dots}{\dots} = 1$

ii) $\frac{5}{25} + \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = 1$

iii) $\frac{3}{5} + \frac{5}{20} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

iv) $\frac{2}{4} + \frac{6}{12} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots$

v) $\frac{4}{9} + \frac{2}{4} + \frac{2}{36} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$

vi) $\frac{1}{8} + \frac{5}{40} + \frac{5}{10} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$

ε) Συμπληρώστε ό,τι λείπει:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{8} = \frac{\dots}{\dots}, \quad \frac{26}{30} + \frac{\dots}{\dots} - \frac{1}{15} = 2, \quad \frac{4}{5} + \frac{3}{15} = \frac{\dots}{\dots},$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{4}{5} < \frac{\dots}{\dots} < 1, \quad \frac{9}{8} > \frac{\dots}{\dots} > 1$$

στ) Ένα κατάστημα κάνει έκπτωση στα είδη του ίση με τα $\frac{2}{5}$ της αρχικής τιμής τους. Ένα φόρεμα κόστιζε 90 € πριν την έκπτωση. Υπολογίστε πόσα ευρώ έκπτωση έγινε στο φόρεμα και πόσο θα πληρώσετε για να το αγοράσετε.

ζ) Ο Μιχάλης μάζεψε 620 € στα κάλαντα των γιορτών. Με αυτά αποφάσισε να αγοράσει έναν υπολογιστή τελευταίας τεχνολογίας κι ένα ποδήλατο, χωρίς όμως να τα ξοδέψει όλα. Έτσι αρχικά έδωσε τα $\frac{2}{8}$ των χρημάτων του για να πληρώσει τα $\frac{2}{12}$ της συνολικής τιμής ενός υπολογιστή. Από τα χρήματα που του περίσσεψαν έδωσε τα $\frac{3}{5}$ για να αγοράσει το ποδήλατο. Πόσο κοστίζει ο υπολογιστής και πόσο το ποδήλατο; Πόσα χρήματα του περίσσεψαν;

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Δεκαδικά κλάσματα – Δεκαδικοί αριθμοί

Δεκαδικό κλάσμα λέγεται το κλάσμα που έχει παρονομαστή μία δύναμη του 10.

Τα κλάσματα $\frac{3}{10}$, $\frac{253}{100}$, $\frac{123}{1000}$, $\frac{578}{10000}$ έχουν παρονομαστές τους φυσικούς αριθμούς 10, 100, 1000, 10000, που είναι δυνάμεις του 10 : 10^1 , 10^2 , 10^3 , 10^4 .

Κάθε δεκαδικό κλάσμα γράφεται ως δεκαδικός αριθμός με τόσα δεκαδικά ψηφία όσα και τα μηδενικά που ακολουθούν το 1 στον παρονομαστή.

π.χ. 0,3 , 2,53 , 0,123 , 0,0578 αντίστοιχα.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

α) Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε δεκαδικά κλάσματα:

ι) $\frac{3}{4} = \dots\dots\dots$, ιι) $\frac{7}{8} = \dots\dots\dots$

β) Να γίνουν οι πράξεις:

i) $3,13 \cdot 0,1 + 0,12 \cdot 100 = \dots\dots\dots$, $\frac{4,7}{0,1} + \frac{0,23}{0,01} + \frac{4000}{100} =$

.....

γ) Να συμπληρωθούν οι ισότητες:

i) $543,242 \cdot \dots\dots\dots = 5,43242$ ii) $25,78 \cdot \dots\dots\dots = 4320$ iii) $2,7182 \cdot \dots\dots\dots =$

271,82

iv) $31 \cdot \dots\dots\dots = 0,0031$ v) $9,5 \cdot \dots\dots\dots = 0,095$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

Οι 253 μαθητές του σχολείου συμμετέχουν στους σκακιστικούς αγώνες. Σε κάθε αγώνα ο ηττημένος αποχωρεί (αγώνες νοκ άουτ) και ο νικητής συνεχίζει. Πόσοι αγώνες θα γίνουν μέχρι να κριθεί ο τελικός νικητής;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2

Σε πόσα το πολύ κομμάτια μπορεί να χωριστεί μία τετράγωνη πίτσα από 4 ευθύγραμμες μαχαιριές;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3

Σήμερα η Ελένη είναι 10 ετών και η Μαρία 15. Η Μαρία έμαθε κολύμπι στην Ελένη όταν η ηλικία της ήταν διπλάσια από την ηλικία της Ελένης. Σε ποια ηλικία έμαθε κολύμπι η Ελένη;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4

Η τάξη μας έχει 29 μαθητές. Να δείξετε ότι ανάμεσα στους μαθητές υπάρχουν το λιγότερο 5 που έχουν γενέθλια την ίδια ημέρα της εβδομάδος.

Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΑΠΛΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

Δύο ποσά λέγονται ανάλογα όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές του ενός με κάποιον αριθμό, πολλαπλασιάζονται και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου με τον ίδιο αριθμό. Δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα (ή αντίστροφα) όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές του ενός με κάποιον αριθμό, τότε διαιρούνται οι αντίστοιχες τιμές του άλλου με τον ίδιο αριθμό.

Π.χ. τα ποσά: κιλά - χρήματα είναι ποσά ανάλογα.

Τα ποσά : εργάτες – ημέρες εργασίας (για να τελειώσουν ένα έργο) είναι ποσά αντιστρόφως ανάλογα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

Ένας πατέρας μοίρασε ένα χρηματικό ποσό που έχει στα τρία παιδιά του ως εξής : Στο Α έδωσε το 20%, στο Β το 25% και στο Γ το 30%. Τα υπόλοιπα τα κράτησε ο ίδιος.

α) Ποιο ποσοστό των χρημάτων κράτησε ο πατέρας;

β) Αν το Α παιδί πήρε 12000€, πόσα χρήματα πήραν τα άλλα δύο παιδιά και πόσα κράτησε ο πατέρας;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2

Τα τρία τμήματα A1, A2, A3 της Α Γυμνασίου έχουν το καθένα από ίσο αριθμό μαθητών.

Στο A1 το 25% των μαθητών είναι κορίτσια.

Στο A2 το 50% των μαθητών είναι κορίτσια.

Στο A3 το 25% των μαθητών είναι αγόρια.

Αν η Α τάξη έχει 42 κορίτσια πόσοι είναι όλοι οι μαθητές της τάξης;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3

Σε ένα ανοικτό δοχείο με νερό, ο ήλιος εξατμίζει καθημερινά το 20% του περιεχομένου. Αν στο τέλος της σημερινής μέρας έχει μείνει ακριβώς εκατό λίτρα νερό, πόσα λίτρα νερό υπήρχαν πριν από 3 ημέρες; (οι ημέρες θεωρούνται ηλιόλουστες).

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4

Σε ένα προϊόν έγινε πρώτα μία αύξηση 20% επί της αρχικής αξίας του, που είναι 5000€ και μετά ένα μήνα έγινε έκπτωση πάλι 20% επί της νέας αξίας. Ποια είναι η τελική τιμή του; Ποιο είναι το ποσοστό της συνολικής έκπτωσης ή αύξησης;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5

Τρεις έμποροι κέρδισαν από μία επιχείρηση ένα ποσό και πήραν: ο Α 29500€, ο Β 24500€ και ο Γ το υπόλοιπο, που ήταν ίσο με το μισό του κέρδους των Α και Β μαζί.

Αν ο Α είχε καταθέσει στην εταιρεία 47200€ τότε πόσα χρήματα κατέθεσε ο Β και πόσα ο Γ;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6

Κάθε προϊόν που πουλιέται στην αγορά εμπεριέχει στην τελική τιμή του μία προσαύξηση κατά 23% που λέγεται Φόρος Προστιθέμενης Αξίας (Φ.Π.Α.) και αποδίδεται στο Κράτος. Ένας μαθητής αγοράζει ένα ποδήλατο που στοιχίζει 246€.

Ποιο είναι το ποσό φόρου που θα αποδοθεί στο κράτος;

Ποια είναι η αρχική τιμή του ποδηλάτου; (πριν προσυζηθεί με το ΦΠΑ).

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 7

Ο πολεοδομικός χάρτης του Βόλου είναι φτιαγμένος με κλίμακα 1:5000 (1 προς 5000). Μετρήσαμε στο χάρτη πως η απόσταση Πανθεσσαλικό Στάδιο – εκκλησία Αγίου Κων/νου είναι 83 εκατοστά. Να υπολογίσετε την πραγματική απόσταση Πανθεσσαλικό Στάδιο – Άγιος Κων/νος.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 8

Καταθέτουμε στην τράπεζα ένα ποσό (κεφάλαιο) με επιτόκιο 3%. Με την προϋπόθεση ότι δεν θα βγάλουμε τα χρήματα από την τράπεζα και οι τόκοι κεφαλαιοποιούνται (προστίθενται στο κεφάλαιο), πήραμε στο τέλος του δεύτερου χρόνου 42436€. Να υπολογίσετε το αρχικό κεφάλαιο.

Ομάδα 3

A) ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Να λυθούν οι εξισώσεις:

1) $X + 8,32 = 71$

2) $12,4 + X + 6,91 = 68,2$

3) $X + 7 = 4X - 1$

4) $8X - 3 = 6X - 1$

5) $X + \frac{1}{4} = 4$

6) $X:5 = 8$

7) $215:X = 5$

8) $6\frac{X}{5} = 30$

9) $\frac{X}{2} + \frac{X}{3} = \frac{10}{12}$

10) $2X - 4 = X + 5 + X$

B) ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

(Η απάντηση πρέπει να είναι πλήρως αιτιολογημένη)

1) Ποιου αριθμού το διπλάσιο ελαττωμένο κατά 5 είναι ίσο με 35; Απάντηση : 40

2) Ένας πατέρας έδωσε 520€ στο γιό του και 400€ στη κόρη του. Ο γιός ξοδεύει 70€ την ημέρα και η κόρη 40€. Ύστερα από πόσες μέρες θα έχουν τα ίδια χρήματα;
(Απ. : 4)

3) Ο Αντώνης και ο Δημήτρης τρέχουν σε αγώνα δρόμου 100 μέτρων. Όταν τερματίζει ο Αντώνης, ο Δημήτρης θέλει άλλα 10 μ. ακόμη. Στον δεύτερο αγώνα ο Αντώνης ξεκινάει 10μ. πριν από το Δημήτρη. Ποιος θα νικήσει; (Απ. : Ο Αντώνης)

4) Τρεις εργάτες πήραν για μια εργασία 1958,4€ και τα μοιράστηκαν ως εξής: ο Β πήρε διπλάσια από τον Α και ο Γ διπλάσια από όσα πήραν οι δύο πρώτοι. Πόσες ημέρες δούλεψε ο καθένας, αν το μεροκάματο ήταν 27,2€;

(Απ. Α=8ημ. , Β=16 ημ. , Γ= 48 ημ.).

5) Σε μια τέλεια διαίρεση, το άθροισμα των πηλίκων ενός αριθμού δια 8, δια 9, δια 12 και δια 16 είναι 110. Ποιος είναι ο αριθμός;

(Υπόδειξη: Ο αριθμός είναι κοινό πολλαπλάσιο των 8,9,12,16, δηλαδή του 144, άρα κάποιος από του 144, 288, 432, 576, 720 κλπ. Επειδή $576/16=36$, και $36*4=144 > 110$, $144/8=18$ και $18*4=72 < 110$ και $432/16=27$ και $27*4=108$. Άρα ο αριθμός είναι ο 288.)

6) Το $\frac{1}{2}$ και το $\frac{1}{3}$ και το $\frac{1}{4}$ ενός αριθμού, μας δίνουν 312. Ποιος είναι ο αριθμός;

7) Τα $\frac{5}{12}$ της ηλικίας ενός είναι κατά 5 έτη περισσότερα από τα $\frac{2}{3}$ της ηλικίας κάποιου άλλου. Αν το άθροισμα των ηλικιών είναι 90 έτη, ποια είναι η ηλικία των δύο; (Απ. : A= 60 , B=30)

8) Η διαφορά δύο αριθμών είναι 500. Το ηλίκο του μεγαλύτερου διά του μικρότερου είναι 2 και το υπόλοιπο 150. Ποιοι είναι οι αριθμοί;

(Υπόδειξη: Τύπος διαίρεσης $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$, άρα $\delta + 500 = \delta \cdot 2 + 150$, $\delta = 500 - 150$, $\delta = 350$, $\Delta = 850$)

9) Τρεις συνεταίροι κατέθεσαν στην επιχείρηση 1.800.000 €. Ο Α' κατέθεσε τα $\frac{4}{9}$ των κεφαλαίων επί 1 έτος και 3 μήνες, ο Β' τα $\frac{3}{5}$ του υπολοίπου για 5 μήνες επί πλέον του Α' και ο Γ' τα υπόλοιπα χρήματα για 1 έτος και 1 μήνα, επί πλέον του Β'. Αν κέρδισαν από την επιχείρηση 647.900 €, και μοιράστηκαν τα κέρδη ανάλογα με το κεφάλαιο και το χρόνο κατάθεσης, πόσα χρήματα πήρε ο καθένας;

(Υπόδειξη: Βρίσκουμε τα ποσά που κατέθεσαν ο καθένας από τους τρεις συνεταίρους και το χρόνο κατάθεσης σε μήνες. Έτσι: ο Α' έβαλε 800.000€ για 15 μήνες, ο Β' έβαλε 600.000€ για 20 μήνες και ο Γ' έβαλε 400.000€ για 33 μήνες. Δηλαδή, ο Α' έβαλε $800.000 \times 15 = 12.000.000$ ευρώμήνες, ο Β' έβαλε $600.000 \times 20 = 12.000.000$ ευρώμήνες και ο Γ' έβαλε $400.000 \times 33 = 13.200.000$ ευρώμήνες και όλοι μαζί 32.200.000 ευρώμήνες. Άρα ο Α' θα πάρει τα $\frac{12.000.000}{32.200.000} = \frac{10}{31}$ του κέρδους, ο Β' τα $\frac{10}{31}$, και ο Γ' τα $\frac{11}{31}$ του κέρδους. Άρα : Α' = 20.900€, Β' = 20.900€ και Γ' = 22.990€)

10) Σε μια πόλη στις 31/12/2000, οι γεννήσεις ήταν 4,5% επί των κατοίκων που είχε την 1/1/2000 και οι θάνατοι το $\frac{1}{3}$ των γεννήσεων. Αν μέσα στο 2000 οι κάτοικοι αυξήθηκαν κατά 855, πόσους κατοίκους είχε η πόλη στις 31/12/2000;

(Υπόδειξη: Η αύξηση ήταν 3% επί των κατοίκων που είχε η πόλη στις 1/1/2000. Άρα την 1/1/2000 η πόλη είχε 28.500 κατοίκους και στις 31/12/2000 είχε 29355 κατοίκους)

11) Ένας βιβλιοπώλης πούλησε δύο βιβλία και εισέπραξε 61€. Το πρώτο βιβλίο το πούλησε με κέρδος 25% και το δεύτερο με κέρδος 20%. Αν από τα δύο βιβλία είχε κέρδος 11€, να βρεθεί η τιμή αγοράς κάθε βιβλίου.

Επιμέλεια: **Ζιώγας Χρήστος** – Μαθηματικός MSc

(Υπόδειξη: Τα δύο βιβλία κόστιζαν 50€. Αν τα πουλούσε με κέρδος 20% και τα δύο, θα εισέπραττε 60€, τώρα εισέπραξε 61€, δηλαδή 1€, από το 5% της αρχικής τιμής του πρώτου βιβλίου. Άρα το α' βιβλίο το πούλησε: $\alpha' = 1 \times 125\% = 25\text{€}$ και το β' βιβλίο = 36€)

12) Μοιράστηκαν 852.000€, σε τρεις ανθρώπους εξής: ο Β' πήρε 20% λιγότερα από τον Α' και ο Γ' 30% περισσότερα από τον Β'. Πόσα πήρε ο καθένας;

(Υπόδειξη: Κάνουμε τα ποσοστά όλων σε μέρος του Α'. Έτσι βρίσκουμε ότι ο Α' πήρε 300.000€, ο Β' πήρε 240.000€ και ο Γ' πήρε 312.000€)

13) 12 εργάτες θα χτίσουν ένα οικοδόμημα σε 20 μέρες. Αφού εργάστηκαν 5 ημέρες, αποχώρησαν 2 εργάτες. Σε πόσες ημέρες θα τελειώσει το έργο αν συνεχίσουν να εργάζονται οι υπόλοιποι εργάτες; (Όλοι εργάζονται ισοδύναμα).

(Υπόδειξη: Για την ολοκλήρωση του έργου χρειάζονται $12 \times 20 = 240$ εργατοημέρες. Τις 5 πρώτες ημέρες έκαναν $12 \times 5 = 60$ εργατοημέρες, άρα απομένουν 180 εργατοημέρες για να τελειώσει το έργο από τους υπόλοιπους 10 εργάτες. Άρα το έργο θα τελειώσει σε $5 + 18 = 23$ ημέρες)

14) Διαιρούμε ένα αριθμό με το 2, με το 3, με το 4 και με το 5 και βρίσκουμε υπόλοιπο 1. Ποιος είναι ο αριθμός αν γνωρίζουμε ότι βρίσκεται μεταξύ 200 και 250;

(Υπόδειξη: Αν Α ο αριθμός τότε ο (Α-1) είναι πολλαπλάσιο του 2, του 3, του 4 και του 5, δηλαδή του 60. Άρα είναι ο αριθμός 241)