

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ), αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.

- α. Οι αριθμοί $(-3)^{12}$ και 3^{12} είναι αντίθετοι.
- β. Οι αριθμοί $\sqrt{2} - 1$ και $\sqrt{2} + 1$ είναι αντίστροφοι.
- γ. Το διπλάσιο του $\sqrt{7}$ ισούται με $\sqrt{14}$.
- δ. Ισχύει ότι: $\sqrt{20} - \sqrt{5} = \sqrt{5}$.
- ε. Ισχύει ότι: $3^{-2} = -9$.
- στ. Ισχύει ότι: $4 \cdot 4^{11} = 4^{12}$.
- ζ. Ισχύει ότι: $2^{19} + 2^{19} = 2^{20}$.
- η. Ισχύει ότι: $(\sqrt{3} + 2)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2^2 = 7$.

Απάντηση:

2. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να προκύψουν ταυτότητες:

- I. $(\dots + \dots)^2 = 9 + 30\alpha + \dots$
- II. $(\frac{\alpha}{2} + \dots)^2 = \dots + \alpha + 1$
- III. $(2\alpha - \dots)^2 = \dots - 12\alpha \dots$
- IV. $(x - \dots)^2 = \dots - \dots + \frac{1}{x^2}$

Απάντηση:

3. Να αποδείξετε ότι:

- α. $(3\sqrt{2} + \sqrt{5})(3\sqrt{2} - \sqrt{5}) = 13$
- β. $(\sqrt{3} + 2)^2 + (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 = 15$
- γ. $(x + 2y)^2 - (y - 2x)(y + 2x) + (2x - y)^2 = 9x^2 + 4y^2$

Υπόδειξη:

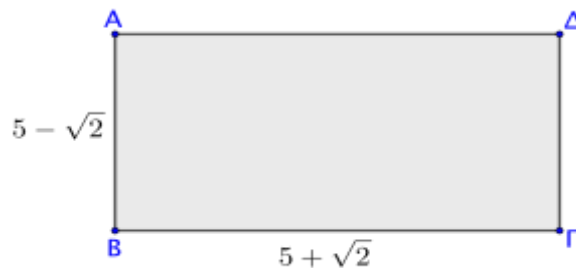
4. Εάν $x = 2\sqrt{3} + 1$ και $y = 2\sqrt{3} - 1$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $A = x^2 + y^2 + 2xy$

Απάντηση:

5. Στο διπλανό ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, να υπολογίσετε:

- α. το εμβαδόν του,
- β. το μήκος της διαγώνιου ΑΓ.

Απάντηση:



6. Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x) = (2x - 1)^3 - 2x(2x - 1)(2x + 1) + 13x^2 + 17$

- I. Να γράψετε το $P(x)$ κατά φθίνουσες δυνάμεις του x .

- II. Να βρείτε τον βαθμό του πολυωνύμου
- III. Να αποδείξετε ότι $P(\sqrt{3} - 4) = 3$

[Απάντηση:](#)

7. α) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση: $10x^2 - 5x$.

β) Να λύσετε την εξίσωση : $9x^2 - 3x = 2x - x^2$.

[Απάντηση:](#)

8. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

- I. $2x^2 - 8x$
- II. $9 - 4x^2$
- III. $2x^2 - 32$
- IV. $5x^3 - 20x$
- V. $x^3 - 2x^2 - 9x + 18$
- VI. $3x^2 - 7xy + 4y^2$
- VII. $x^3 + 2x^2 - x - 2$
- VIII. $x(2x - 5) - 2x + 5$
- IX. $(x+3)^2 - x - 3$

[Απάντηση:](#)

9. Δίνεται το πολυώνυμο :

$$Q(x) = (2x - 3)(2x + 3) - (3 - 2x)^2 + 13(5 + 2x)$$

α. Να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο $Q(x)$.

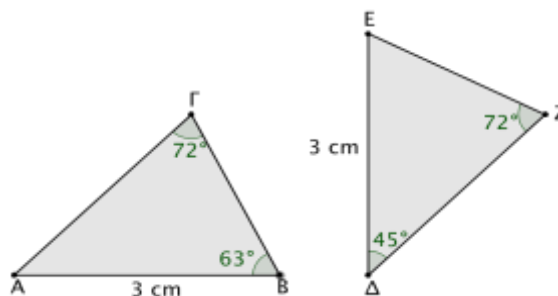
β. Να λύσετε την εξίσωση: $Q(x) = 0$.

[Απάντηση:](#)

10. Να εξηγήσετε γιατί είναι ίσα τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος και να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$ΑΓ = \dots \text{ και } ΒΓ = \dots$$

[Υπόδειξη:](#)



11. Σε ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΒ = ΑΓ$, θεωρούμε σημεία $Δ$ και $Ε$ των πλευρών $ΑΒ$ και $ΑΓ$, αντίστοιχα, ώστε $ΑΔ = ΑΕ$. Να αποδείξετε ότι τα σημεία $Δ$ και $Ε$ ισαπέχουν από την πλευρά $ΒΓ$.

[Υπόδειξη:](#)

12. Σε ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΒ = ΑΓ$, θεωρούμε $Ν$ και $Μ$ τα μέσα των πλευρών $ΑΒ$ και $ΑΓ$, αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι οι διάμεσοι $ΒΜ$ και $ΓΝ$ είναι ίσες.

[Υπόδειξη:](#)

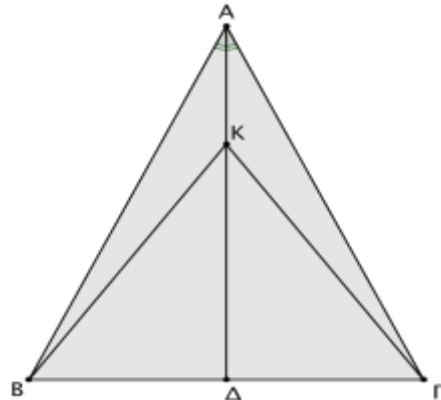
13. Σε κύκλο κέντρου O να χαράξετε μια χορδή AB . Αν Γ, Δ είναι σημεία της χορδής AB τέτοια ώστε $A\Gamma = B\Delta$, τότε να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $O\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.

[Υπόδειξη:](#)

14. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Αν K είναι ένα τυχαίο σημείο της διχοτόμου $A\Delta$, να αποδείξετε ότι:

- A. τα τρίγωνα AKB και $AK\Gamma$ είναι ίσα
 B. το τρίγωνο $BK\Gamma$ είναι ισοσκελές.

[Υπόδειξη:](#)



15. Να αποδείξετε ότι: $\varepsilon\varphi(90^\circ - \omega) = \frac{1}{\varepsilon\varphi\omega}$

[Υπόδειξη:](#)

16. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \frac{\varepsilon\varphi 60^\circ - \varepsilon\varphi 30^\circ}{\varepsilon\varphi 30^\circ + \varepsilon\varphi 60^\circ}$$

$$B = \eta\mu 20^\circ + \sigma\upsilon\nu 45^\circ - \sigma\upsilon\nu 70^\circ$$

$$\Gamma = \eta\mu 1^\circ + \eta\mu 2^\circ + \dots + \eta\mu 45^\circ - \sigma\upsilon\nu 46^\circ - \sigma\upsilon\nu 47^\circ - \dots - \sigma\upsilon\nu 89^\circ$$

[Απάντηση:](#)

17. Ένας παρατηρητής απέχει 12 m από ένα δέντρο και βλέπει την κορυφή του δέντρου υπό γωνία 24° . Να βρείτε το ύψος του δέντρου αν ξέρετε ότι τα μάτια του παρατηρητή απέχουν από το έδαφος 1,5 m.

[Απάντηση:](#)

18. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = \sigma\upsilon\nu^2 0^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 30^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 45^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 60^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 90^\circ$$

$$B = \frac{2 \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ - 3 \cdot \eta\mu 270^\circ + \varepsilon\varphi 0^\circ}{2 - 3 \cdot \eta\mu 180^\circ}$$

[Απάντηση:](#)

19. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών $210^\circ, 135^\circ, 330^\circ$.

[Υπόδειξη:](#)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ – ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ**ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

1. α (Λ), β (Σ), γ (Λ), δ(Σ), ε(Λ), στ (Σ), ζ (Σ), η(Λ)
2. I) $(3+5\alpha)^2$, II) $(\alpha/2 + 1)$, III) $(2\alpha - 3)^2$, IV) $(x - 1/x)^2$
3. Ξεκινούμε από το 1^ο μέλος και κάνουμε πράξεις χρησιμοποιώντας ταυτότητες, καταλήγουμε στο 2^ο μέλος.
4. A=48
5. α) E=23, β) $AG = \sqrt{23}$
6. I) κάνουμε πράξεις, αναγωγή όμοιων όρων κλπ. στο P(x) II) 3^{ου} βαθμού
III) πρώτα κάνουμε αντικατάσταση κλπ.
7. α. $5x(2x-1)$, β. $x=0, x=1/2$
8. I. $2x(x-4)$, II. $(3-2x)(3+2x)$, III. $2(x-4)(x+4)$, IV. $5x(x-2)(x+2)$, V. $(x-2)(x-3)(x+3)$, VI. $(x-y)(3x-4y)$, VII. $(x+2)(x-1)(x+1)$, VIII. $(2x-5)(x-1)$, IX. $(x+2)(x+3)(x+4)$.
9. α. $Q(x)=2(5+2x)(x+5)$, β. $(x=-5, x=-5/2)$
10. Δύο γωνίες και μια πλευρά ίσες μία προς μία, $AG=\Delta Z$, $B\Gamma=EZ$.
11. Συγκρίνουμε τα δύο μικρά τρίγωνα που προκύπτουν.
12. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $BM\Gamma$ και ΓNB .
13. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $AO\Gamma$ και $BO\Delta$.
14. A. Δύο πλευρές και μία γωνία ίσες μία προς μία
B. προκύπτει από το A ερώτημα.
15. $\epsilon\phi(90^\circ-\omega) = \sigma\phi\omega = \dots$
16. $A=1/2$, $B=\sqrt{2}/2$, $\Gamma=\sqrt{2}/2$
17. $1,5 + 12.\epsilon\phi 24^\circ$
18. $A=5/2$, $B=3/2$
19. Παρατηρούμε ότι: $210^\circ = \pi+30^\circ$, $135^\circ = \pi-45^\circ$, $330^\circ = 2\pi-30^\circ = \pi+(\pi-30^\circ)$

ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ