

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Δύο φίλοι, ο Μάρκος και ο Βασίλης, έχουν άθροισμα ηλικιών 27 χρόνια, και ο Μάρκος είναι μεγαλύτερος από το Βασίλη.

α) Μπορείτε να υπολογίσετε την ηλικία του καθενός;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Δίνεται επιπλέον η πληροφορία ότι η διαφορά των ηλικιών τους είναι 5 χρόνια.

Να υπολογίσετε την ηλικία του καθενός.

Απάντηση:

2) Στο δημοτικό parking μιας επαρχιακής πόλης στις 10 το πρωί, το σύνολο των δίκυκλων και τετράτροχων οχημάτων που έχουν παρκάρει είναι 830 και το πλήθος των τροχών τους 2700.

α) Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.

β) Να βρείτε τον αριθμό των δίκυκλων καθώς και τον αριθμό των τετράτροχων οχημάτων.

Απάντηση:

3) Ένα θέατρο έχει 25 σειρές καθισμάτων χωρισμένες σε δύο διαζώματα. Η κάθε μια από τις σειρές του κάτω διαζώματος έχει 14 καθίσματα και η κάθε μια από τις σειρές του πάνω διαζώματος έχει 16 καθίσματα, ενώ η συνολική χωρητικότητα του θεάτρου είναι 374 καθίσματα.

α) Αν  $x$  ο αριθμός σειρών του κάτω και  $y$  ο αριθμός σειρών του πάνω διαζώματος, να εκφράσετε τα δεδομένα του προβλήματος με ένα σύστημα δύο εξισώσεων.

β) Πόσες σειρές έχει το πάνω και πόσες το κάτω διάζωμα;

Απάντηση:

4) Για τις ηλικίες των μελών μιας τριμελούς οικογένειας ισχύουν τα παρακάτω: Η ηλικία της μητέρας είναι τριπλάσια από την ηλικία του παιδιού.

Ο λόγος της ηλικίας του πατέρα προς την ηλικία του παιδιού ισούται με  $\frac{11}{3}$ .

Επιπλέον το άθροισμα των ηλικιών και των τριών ισούται με 115 χρόνια.

α) Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους.

β) Να βρείτε την ηλικία του καθενός.

Απάντηση:

5) Δίνεται ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με μήκος  $x$  cm, πλάτος  $y$  cm, περίμετρο ίση με 38 cm και με την ακόλουθη ιδιότητα:

Αν αυξήσουμε το μήκος του κατά 2 cm και μειώσουμε το πλάτος του κατά 4 cm, θα προκύψει ένα ορθογώνιο με εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν του αρχικού.

α) Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.

β) Να βρείτε τις τιμές των διαστάσεων  $x$ ,  $y$  του ορθογωνίου.

Απάντηση:

6) Ο Κώστας έχει τρία παιδιά. Δύο δίδυμα κορίτσια και ένα αγόρι.

Στην ερώτηση πόσων χρονών είναι τα παιδιά του απάντησε ως εξής:

1. Το άθροισμα των ηλικιών και των τριών παιδιών είναι 14

2. Το γινόμενο της ηλικίας της κόρης μου επί την ηλικία του γιου μου είναι 24

3. Το άθροισμα των ηλικιών των κοριτσιών είναι μικρότερο από την ηλικία του αγοριού.

**α)** Να γράψετε τις εξισώσεις που περιγράφουν τα στοιχεία 1. και 2. που έδωσε ο Κώστας.

**β)** Να βρείτε τις ηλικίες των παιδιών του Κώστα.

Απάντηση:

**7)** Η Ασπασία και η Αναστασία αγαπούν την πεζοπορία και βρίσκονται το καλοκαίρι στο χωριό Ανάβρα. Αποφασίζουν να περπατήσουν ένα μονοπάτι περίπου 16 χιλιομέτρων που συνδέει το χωριό με το Αιολικό Πάρκο. Η Ασπασία ανηφορίζει το μονοπάτι από το χωριό για να συναντήσει την Αναστασία που είναι στο Αιολικό Πάρκο. Υπολογίζει ότι η ταχύτητά της έχει σταθερό μέτρο 2,4 χιλιόμετρα την ώρα. Την ίδια στιγμή, όμως, ξεκινά η Αναστασία να κατηφορίζει το ίδιο μονοπάτι και υπολογίζει ότι η ταχύτητά της έχει σταθερό μέτρο 4 χιλιόμετρα την ώρα. Μια δεδομένη χρονική στιγμή σε κάποιο σημείο της διαδρομής συναντά την Ασπασία.

**α)** Αν  $t$  είναι ο χρόνος που περπάτησαν μέχρι να συναντηθούν και  $s$  η απόσταση του σημείου συνάντησης από το Αιολικό Πάρκο, να κατασκευάσετε ένα σύστημα δύο εξισώσεων με αγνώστους το  $t$  και το  $s$ , το οποίο να περιγράφει την παραπάνω κατάσταση.

**β)** Σε πόση απόσταση από τη χωριό και ποια χρονική στιγμή θα συναντηθούν οι δυο κοπέλες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση:

**8)** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**α)** Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; Ποια είναι η περίοδος της  $f$ ;

**β)** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.

**γ)** Να εξετάσετε αν η συνάρτηση μπορεί να πάρει την τιμή 1. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση:

**9)** Έστω η συνάρτηση  $f(x) = (\eta \mu x + \sigma \nu \eta x)^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**α)** Να αποδείξετε ότι  $f(x) = 1 + \eta \mu 2x$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**β)** Να βρείτε την περίοδο καθώς και τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της  $f$ .

Απάντηση:

**10)** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2\eta \mu x + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**α)** Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης  $f$

**β)** Για ποια τιμή του  $x \in [0, 2\pi]$  η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστη τιμή;

Απάντηση:

**11)** Η θερμοκρασία μιας περιοχής σε βαθμούς Κελσίου ( $0^\circ \text{C}$ ) κατά τη διάρκεια ενός εικοσιτετράωρου δίνεται κατά προσέγγιση από τη συνάρτηση:

$f(t) = -8 \sigma \nu \eta (\pi t / 12) + 4$ , με  $0 \leq t \leq 24$  ( $t$  ο χρόνος σε ώρες)

**α)** Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη θερμοκρασία κατά τη διάρκεια του εικοσιτετράωρου.

**β)** Να βρείτε τις χρονικές στιγμές που η θερμοκρασία είναι ίση με  $0^\circ \text{C}$ .

γ) Να παραστήσετε γραφικά την  $f$  για  $t \in [0, 24]$

δ) Να βρείτε, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης, πότε η θερμοκρασία είναι πάνω από  $0^\circ \text{C}$ .

Απάντηση:

12) Να λύσετε στο διάστημα  $(0, \pi)$  την εξίσωση:  $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma\upsilon\nu x + \frac{1}{2} \eta\mu x = 0$

Απάντηση:

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

## ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. α) πολλά ζεύγη τιμών β) Μάρκος 16, Βασίλης 11
2. α)  $x+y=830$ ,  $2x+4y=2700$  β) 310 δικ. , 520 τετρ.
3. α)  $x+y=25$ ,  $14x+16y=374$  β) πάνω 12, κάτω 13
4. α)  $y=3z$ ,  $x=11z/3$ ,  $x+y+z=115$  β) μητ. 45, πατ. 55, παιδ. 15
5. α)  $(x+2)(y-4)=xy$ ,  $2x+2y=38$  β)  $x=5$ ,  $y=14$
6. α)  $x+2y=14$ ,  $xy=24$  β) αγόρι 8, κορίτσια 3
7. α)  $2,4=s/t$ ,  $4=(16-s)/t$  β) απόσταση 10 χιλ. , χρονική στιγμή 2,5 h
8. α)  $\min -1/2$ ,  $\max 1/2$ ,  $T=\pi$  γ) όχι την τιμή 1
9. β)  $T=\pi$ ,  $\min 0$ ,  $\max 2$
10. α)  $\min -1$ ,  $\max 3$  β)  $x = \pi/2$
11. α)  $\max 12$ ,  $\min -4$  β) 4 και 20 δ) σε ολόκληρο το χρονικό διάστημα (4, 20)
12. Βρίσκουμε  $\eta\mu(x + \pi/3) = f(x)$  και από  $\eta\mu(x + \pi/3) = 0 \rightarrow x = 2\pi/3$

## ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ