

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

1. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω παραστάσεων:

$$A = \sqrt{\sqrt{(\sqrt{3}-1)}\sqrt{(\sqrt{3}+1)} + \sqrt{3}\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$$

$$B = (\sqrt{6} + \sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{3} - \sqrt{2})(1 + \sqrt{24})$$

**Απάντηση:**

2. Να δείξετε ότι η τιμή της παράστασης:

$$\sqrt{7}\sqrt{(\sqrt{2})^0 + (\sqrt{2})^1 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3 + (\sqrt{2})^4 + (\sqrt{2})^5}\sqrt{\sqrt{2}-1}$$

είναι ίση με 7.

**Υπόδειξη:**

3. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω παραστάσεων:

$$A = \frac{1}{\sqrt{1}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}}$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{1}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}} - \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}-\sqrt{100}}$$

**Απάντηση:**

4. Το εμβαδόν ενός ορθογώνιου είναι  $4 \text{ cm}^2$ . Η μία του διάσταση είναι  $\sqrt{5}-1$  cm  
 α) Να υπολογίσετε την άλλη διάστασή του.  
 β) Να δείξετε ότι η περίμετρός του είναι  $4\sqrt{5}$  cm.

**Απάντηση:**

5. Αν το τετράγωνο ενός αρνητικού αριθμού  $\chi$  είναι 5, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$(\chi\sqrt{\chi^2})^3 + 125$$

**Απάντηση:**

6. Έστω οι θετικοί αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma$  για τους οποίους ισχύει:  $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$ .  
 Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\sqrt{\beta^2 + \gamma\sqrt{\alpha^2 - \beta\sqrt{\beta\sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}}}} - \alpha$$

**Απάντηση:**

7. Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

$$A = \sqrt{1 + \sqrt{43 + \sqrt{31 + \sqrt{15 + \sqrt{100}}}} \sqrt{18}} \quad B = \sqrt{\frac{4}{3} \sqrt{\sqrt{12} \sqrt{\sqrt{9}} \sqrt{1,5}}}$$

**Απάντηση:**

8. Να υπολογίσετε τους αγνώστους
- $\chi$
- ,
- $\psi$
- ,
- $\omega$
- αν
- $\chi\sqrt{3} = \sqrt{300}$
- ,
- $\psi\sqrt{\chi} = \sqrt{90}$
- ,
- $\chi\psi\sqrt{\omega} = 1$

**Απάντηση:**

9. Να απλοποιηθούν τα κλάσματα:

$$\alpha) \frac{x^3 + 2x^2 - 2 - x}{x^2 + 3x + 2} \quad \beta) \frac{\frac{x^2 - 25}{2x + 6}}{\frac{x^2 + 10x + 25}{x + 3}}$$

**Απάντηση:**

10. Να αποδειχτούν οι ισότητες:

$$\alpha) (\alpha^2 + \alpha\beta)^2 - (\alpha^2 - \alpha\beta)^2 = 4\alpha^3\beta$$

$$\beta) (x+2)^3 - 3(x+2)^2 + 3(x+2) - 1 = (x+1)^3$$

**Υπόδειξη:**

11. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) 2x^4 - 2x^3 + 3x - 3 \quad \beta) x^2 + 2x - 35 \quad \gamma) 2x\omega - 9\gamma - 6x + 3\gamma\omega$$

$$\delta) x^2 - 9x + 18 \quad \epsilon) y^2 - 4(x - y)^2$$

**Απάντηση:**

12. Να λυθούν τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} 3x = 2y + 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} 4x - y = 2 \\ 3x - y = 0 \end{cases} \quad \gamma) \begin{cases} -x - y = 2 \\ 4x + 4y = -8 \end{cases}$$

$$\delta) \begin{cases} 2x - 2y = 3 \\ 3x - 7y = 1 \end{cases} \quad \epsilon) \begin{cases} x + y = 3 \\ 33x + 33y = -99 \end{cases}$$

**Απάντηση:**

13. α) Αν
- $\sin\theta = \frac{12}{13}$
- ,
- $0^\circ < \theta < 90^\circ$
- να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς

αριθμούς  $\eta\mu\theta$  και  $\epsilon\phi\theta$ .

**β)** Αν  $\eta\mu\theta = -\frac{8}{17}$ ,  $180^\circ < \theta < 270^\circ$  να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς  $\sigma\upsilon\eta\theta$  και  $\epsilon\phi\theta$ .

Απάντηση:

**14.** Δίνεται τρίγωνο  $ΑΒΓ$  με γωνία  $\hat{A} = 30^\circ$  και  $\eta\mu\hat{B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών  $\hat{B}$  και  $\hat{\Gamma}$  του τριγώνου.

Απάντηση:

**15.** Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις, αν  $90^\circ \leq \chi \leq 180^\circ$  :

**α)**  $\eta\mu\chi = \eta\mu 50^\circ$       **β)**  $2\eta\mu\chi = \sqrt{2}$       **γ)**  $\eta\mu\chi = 3$

Απάντηση:

**16.** Να αποδείξετε ότι:

**α)**  $6\eta\mu^2\theta + 6\sigma\upsilon\eta^2\theta = 6$       **β)**  $5\eta\mu^2\theta - 6\sigma\upsilon\eta^2\theta = 11\eta\mu^2\theta - 6$

**γ)**  $(\eta\mu\phi + \sigma\upsilon\eta\phi)^2 - 1 = 2\eta\mu\phi\sigma\upsilon\eta\phi$

**δ)**  $\frac{\eta\mu\chi \cdot \sigma\upsilon\eta\chi + \eta\mu\chi}{\sigma\upsilon\eta\chi + \sigma\upsilon\eta^2\chi} = \epsilon\phi\chi$       **ε)**  $1 - \frac{\eta\mu^2\chi}{\epsilon\phi^2\chi} = \eta\mu^2\theta$

**στ)**  $\eta\mu\theta - \eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\eta^2\theta = \eta\mu^3\theta$

**ζ)**  $(\eta\mu\theta + \sigma\upsilon\eta\theta) \cdot (\eta\mu\theta - \sigma\upsilon\eta\theta) = 1 - 2\sigma\upsilon\eta^2\theta$

Υπόδειξη:

**17.** Αν  $\chi = 4\sigma\upsilon\eta\omega$  και  $\psi = 4\eta\mu\omega$  να δείξετε ότι:  $\chi^2 + \psi^2 = 16$ .

Υπόδειξη:



## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ – ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.  $A=1, B= -23$
2. Κάνουμε πράξεις - χρησιμοποιούμε ιδιότητες ριζών και καταλήγουμε στο 7.
3.  $A= -3, B= -11$
4. α)  $\sqrt{5} + 1$  β)  $\pi=2 \cdot (\sqrt{5} + 1) + 2 \cdot (\sqrt{5} - 1) = \dots$
5. 0
6. α
7.  $A= 12, B= 2$
8.  $\chi= 10, \psi= 3, \omega= \frac{1}{900}$
9. α)  $x-1$ , β)  $\frac{x-5}{2(x+5)}$
10. α), β) Αρχίζουμε από το 1<sup>ο</sup> μέλος και με πράξεις (χρήση ταυτοτήτων, αναγωγή όμοιων όρων) καταλήγουμε στο άλλο μέλος.
11. α)  $(x - 1)(2x^3 + 3)$ , β)  $(x - 5)(x + 7)$ , γ)  $(2x + 3y)(\omega - 3)$  δ)  $(x - 3)(x - 6)$   
ε)  $(3y - 2x)(2x - y)$
12. α)  $x=1, y=1$  β)  $x=2, y=6$  γ) άπειρες λύσεις δ)  $x= \frac{13}{2}, y=5$  ε) αδύνατο
13. α)  $\epsilon\phi\theta = \frac{5}{12}$ ,  $\eta\mu\theta = \frac{5}{13}$  β)  $\epsilon\phi\theta = \frac{8}{15}$ ,  $\sigma\upsilon\nu\theta = -\frac{15}{17}$
14.  $\widehat{B} = 60^\circ, \widehat{\Gamma} = 90^\circ$  ή  $\widehat{B} = 120^\circ, \widehat{\Gamma} = 30^\circ$
15. α)  $\chi = 130^\circ$  β)  $\chi = 135^\circ$  γ) Αδύνατη
16. Ξεκινάμε από το 1<sup>ο</sup> μέλος (κάνουμε παραγοντοποίηση - πράξεις, χρησιμοποιούμε τις βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες:  $\eta\mu^2\theta + \sigma\upsilon\nu^2\theta = 1$ ,  $\epsilon\phi\theta = \frac{\eta\mu\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta}$ ) και καταλήγουμε στο 2<sup>ο</sup> μέλος.
17. Ξεκινάμε από το 1<sup>ο</sup> μέλος (κάνουμε αντικατάσταση, παραγοντοποίηση - χρησιμοποιούμε τη βασική τριγωνομετρική ταυτότητα:  $\eta\mu^2\theta + \sigma\upsilon\nu^2\theta = 1$ ) και καταλήγουμε στο 2<sup>ο</sup> μέλος.

ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ